УДК 510.22
doi: 10.21685/2307-4205-2024-2-2

ПРОБЛЕМА НОВЫХ СВОЙСТВ ЧИСЕЛ

Л. Г. Сушков

leonidsushkov2016@gmail.com

Аннотация. *Актуальность и цели.* Предлагаемая работа посвящена исследованиям по уточнению аксиоматизации арифметики в связи с наличием в ней специальных допущений. Сформулирована концептуальная проблема анализа новых свойств чисел в предположении возможности утери какой-либо исходной посылки. *Материалы и методы.* Дано решение концептуальной проблемы с последующим логическим анализом содержательной аксиоматической теории натуральных чисел, приведшее к обнаружению логических ошибок. Дан анализ логических ошибок на основе содержательной аксиоматической теории натуральных чисел. Показано, что свойства установленного множества «конечных вещественных чисел», или положительных действительных чисел, заключённых в заданном сегменте *e* имеют свойство «быть обнаруженными в зависимости не только от «искомых чисел» области актуально бесконечного, но и от действительных (положительных) чисел бесконечного полуинтервала. *Результаты*. Выявлены условия позволяющие установить новые свойства чисел. *Выводы*. Натуральный ряд *N* начинается только с 1, нуля в нем нет. Доказано, что современная арифметика имеет неверную аксиоматизацию и подлежит пересмотру.

Ключевые слова: предикат, индуктивный, антииндуктивный, тетрация, , абдукция, гомоморфизм, референт, Срелатум, диадическое отношение, рекурсия, антирекурсия, концептуальная проблема, свойства натуральных чисел, логические ошибки, исходные посылки, содержательная аксиоматическая теория

Для цитирования: Сушков Л. Г. Проблема новых свойств чисел // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 2. С. 15–24. doi: 10.21685/2307-4205-2024-2-2

THE PROBLEM OF NEW PROPERTIES OF NUMBERS

L.G. Sushkov

leonidsushkov2016@gmail.com

Abstract. *Background.* The proposed work is devoted to research to clarify the axiomatization of arithmetic in connection with the presence of special assumptions in it. The conceptual problem of analyzing new properties of numbers is formulated under the assumption of the possibility of losing any initial premise. *Materials and methods.* A solution to the conceptual problem is given, followed by a logical analysis of the meaningful axiomatic theory of natural numbers, which led to the discovery of logical errors. An analysis of logical errors is given based on the meaningful axiomatic theory of natural numbers. It is shown that the properties of an established set of "finite real numbers", or positive real numbers contained in a given segment e, have the property of being discovered depending not only on the "requested numbers" of the actually infinite region, but also on real (positive) numbers infinite half-interval. *Results*. Conditions have been identified that allow us to establish new properties of numbers. *Conclusions*. The natural series N begins only with 1, there is no zero in it. It has been proven that modern arithmetic has an incorrect axiomatization and is subject to revision.

Keywords: predicate, inductive, anti-inductive, tetration, abduction, homomorphism, referent, Srelatum, dyadic relation, recursion, anti-recursion, conceptual problem, properties of natural numbers, logical errors, initial premises, meaningful axiomatic theory

For citation: Sushkov L.G. The problem of new properties of numbers. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2024;(2):15–24. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-4205-2024-2-2

Предлагаемая работа посвящена исследованиям по уточнению аксиоматизации арифметики в связи с наличием в ней специальных допущений. Для этого была сформулирована концептуальная проблема (КП) новых свойств чисел в предположении возможности утери какой-либо исходной посылки. КП положительно решена автором в 2006 г. с последующим логическим анализом содержательной аксиоматической теории (САТ) натуральных чисел (НЧ), приведшим к обнаружению логических ошибок.

Работа была представлена на обсуждение в Пензенский государственный университет (ПГУ) в виде тезисов [1], где выдвигался вопрос о главном приложении результатов решения КП – пересмотре аксиоматизации арифметики в связи с обнаружением таких новых свойств чисел, которые, являясь, безусловно, существенными в построении арифметики, позволяют сформулировать дополнительную исходную посылку для создания новой аксиоматики арифметики.

Учет этой посылки приводит к иному представлению исходного множества чисел (≪первичного термина≫ САТ) и, соответственно, к иному, отличному от общепринятого, аксиоматическому построению арифметики. Более того, новое построение состоит из двух систем, подобно геометрии.

Последние вызваны антирекурсией и, следовательно, можно сказать, – антииндуктивным предикатом. В связи с этим вытекает, что этот предикат наряду с индуктивным также должен участвовать в построении арифметики. Это приводит к иной упорядоченности построения арифметики, если в качестве исходного множества чисел по-прежнему использовать натуральный ряд

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ \dots n,\ \dots\}\ . \tag{1}$$

При этом оказалось, что ряд (1) – с аксиомой $1 \in N$ – расширяется «вглубь» и построение может быть только мультипликативным, а не аддитивно-мультипликативным, каковым мы пользуемся в арифметике.

Отсюда следует, что в современной арифметике множество (1) лишь кажется, что является дискретным. На самом деле это континуум, выдаваемый в качестве дискретного множества (1), подтасованного даже начинающимся с нуля. Но число 0, являясь объектом континуума как начало *измерения*, не может играть роль счета в дискретном множестве, так как в континууме – не счет чисел, а измерение единицей длины протяженности.

Таким образом, по результатам решения КП по существу выдвигается, что обнаружена утерянная исходная посылка. Эта утеря привела к искажению аксиоматического построения арифметики, так как повлекла к отклонению его от истинного (девиации). Девиация же обусловливает неверные логические выводы и, следовательно, построения ложных теорий.

Из предлагаемых ниже исследований непосредственно вытекает необходимость постановки вопроса пересмотра аксиоматизации арифметики. Возможно, будет целесообразно включить этот вопрос в порядке дополнения в разработанный РАН в 2005 г. «План фундаментальных исследований РАН на период до 2028 года».

Пользуясь случаем, выражаю глубокую признательность доктору физико-математических наук, профессору ПГУ И. В. Бойкову, руководившему обсуждением статьи [1] и высказавшему важные соображения относительно методологии дальнейших исследований в данном направлении.

Постановка и решение проблемы

Замысел рассматриваемой КП восходит к высказыванию Георга Кантора (1883) о взаимоотношениях чисел областей конечного и актуально бесконечного [2, с. 3]. Он замечает, что отношения последних не таковы, чтобы их можно было свести по существу к отношениям конечных чисел между собою. «Наоборот, законы, существующие между искомыми собственно-бесконечными целыми числами, коренным образом отличны от царящих в области конечного зависимостей, **причем, разумеется, не исключается возможность того, что сами конечные вещественные числа могут обнаружить новые свойства в зависимости от определенно-бесконечных чисел»** [2, с. 5] (Контекст с жирным шрифтом и разрежением выделен мной. – Л. С.).

Согласно выдвинутому Г. Кантором предположению о существовании «новых свойств чисел», им, возможно, намечался иной подход к построению арифметики сравнительно с осуществленным в 1861 г. Г. Грассманом.

Дело в том, что единственно возможным представлялся индуктивный предикат, что окончательно абсолютизировано было аксиоматикой Пеано (1889). Известно, что в дальнейшем последняя представлялась в различных других формах, *но суть ее осталась неизменной до настоящего времени.*

Вместе с тем, если формальная модель арифметики, построенная Д. Гильбертом и П. Бернайсом (1932), была доказана непротиворечивой (Г. Генцен, 1936), то этот вопрос по содержательной модели оставался открытым, так как его можно было разрешить, как известно, лишь относительно соответствия заведомо более надежной абстрактной теории. В качестве последней была рассмотрена сформировавшаяся в 50-х гг. XX в. общая теория алгебраических систем (далее – ОТАС). На ее основе и была затем модернизирована аксиоматика Пеано с добавлением в нее элементов построения Г. Грассмана. В результате этих преобразований была получена отвечающая ОТАС – новая аксиоматика арифметики (из восьми аксиом), благодаря которой исходная система натуральных чисел выдвигалась как алгебраическая система. Таким образом, как будто вытекает, что САТ НЧ становится обоснованной относительно надежной абстрактной алгебраической теории.

Однако вопрос существования «новых свойств» чисел оставался открытым, что выражалось диссонансом с утверждением об указанной обоснованности. Видимо, поэтому во второй половине XX в. он подвергся представлению в ином смысле в новом издании трудов Г. Кантора на русском языке [5, с. 66]. Данное изменение русского перевода, скорее всего, обосновывалось тем, что Г. Кантор высказал свое предположение о «новых свойствах» в форме проблематического суждения, представляющегося в принципе не реализуемым. Но предполагаемая зависимость от актуально бесконечного числа, как мне казалось, является поистине прорывной идеей о том, что информация в математике может быть получена не только рекурсивно, но и антирекурсивно, в частности, от бесконечно удаленного референта в данном предполагаемом диадическом отношении, причем релатумом служит некоторое число области конечного. Иначе говоря, алеф (референт) неким образом указывает, что где-то в области конечного находится «известное» этому алефу число релатум, какбы, его «предок», устанавливаемый по некоторому новому свойству последнего. Такова была моя фантазия при попытке сформулировать КП, говоря предельно коротко.

Следует в связи с этим, видимо, отметить, что подход к той или иной проблеме, как правило, начинается именно с фантазии [3, с. 295–296].

В связи с вышеизложенным первоначальный подход к формулировке рассматриваемой КП представлялся отвечающим приведенному выше проблематическому суждению Г. Кантора [2, с. 5] путем его уточнения.

Ранее рассмотреть идею Г. Кантора брался советский ученый Л. Г. Антипенко (1986). Именно ему я обязан своими исследованиями: в его монографии и приведена рассматриваемая цитата (как позже выяснилось, с некоторой неточностью) [4, с. 5]. В новом же издании трудов Г. Кантора по теории множеств идея Г. Кантора представлена, как уже упоминалось, совершенно в ином смысле, а именно: «…причем, разумеется, не исключается возможность того, **что сами конечные реальные числа могут получить новые определения с помощью определенно бесконечных чисел»** [5, с. 66]. Как видим, все стало по-другому. Никаких «новых свойств» уже нет, есть «новые определения». Тем самым устраняется и упоминавшийся выше диссонанс.

Следует отметить, что это вынудило значительно расширить дальнейшие исследования: пришлось искать возможные отрицания или подтверждения идеи Г. Кантора – теперь уже также с помощью логического анализа САТ НЧ и процесса аксиоматизации. И, как представляется, найдены подтверждения идей Г. Кантора в работе [2, с. 5], а не [5, с. 66]. Более того, ранее с других позиций, по существу, пришли к вопросу о корректности построений арифметики такие известные ученые, как Н. Н. Лузин и А. П. Стахов, заметив неясности относительно натурального ряда; но они их не могли строго доказать, не располагая сведениями о «новых свойствах чисел». По этой же причине, видимо, до сих пор открыт вопрос и о двойственности натурального ряда N, могущего, якобы, начинаться как с 1, так и с 0, что приводит к разным аксиомам (1ЄN и OЄN).

Как уже упоминалось, впервые рассмотрел идею Кантора о новых свойствах чисел Л. Г. Антипенко. Правда, не с целью ее реализации, а попытки подтверждения путем увязки с теоремами Геделя о неполноте теории, в философском аспекте. Наоборот, я задался целью провести исследования идеи Г. Кантора, воспользовавшись цитатой из работы [4, с. 5], – попытаться установить, что же представляют собой «новые свойства чисел», да и существуют ли они на самом деле, чтобы им придавать какое-либо значение. Эта попытка увенчалась успехом и привела к обнаружению ряда заблуждений, сохраняющихся в аксиоматическом построении арифметики по сей день. Исключение же этих заблуждений отвергает современную САТ НЧ как несостоятельную теорию.

Ниже представлен подход к первоначальному варианту формулировки КП новых свойств чисел согласно идее Кантора. Актуально бесконечные числа названы им «искомыми». Г. Кантор, видимо полагал установить их путем решения проблемы континуума на основании предложенной им же соответствующей гипотезы (при наличии аксиомы выбора):

$$2^{\aleph_0} = \aleph_1, \tag{2}$$

а позже – обобщенной континуум-гипотезы: для всякого ординального числа α

$$2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}. \tag{3}$$

В отсутствии аксиомы выбора (3) формулируется в виде

$$\forall \kappa \rceil \exists m (k < m < 2^k), \tag{4}$$

где k, m – переменные для бесконечных кардинальных чисел. Из формулы (4) вытекают аксиома выбора и (3), а из формулы (3) и аксиомы выбора вытекает (4).

Но, как известно, поставленная Д. Гильбертом в своем знаменитом списке проблем под номером 1 проблема континуума в рамках традиционного теоретико-множественного подхода решению не поддавалась, вследствие чего среди математиков росло убеждение в принципиальной неразрешимости ее. В конечном итоге был решен вопрос о формальной неразрешимости континуум-гипотезы.

Идея Кантора о новых свойствах чисел, по сути, восходит к интуиции, а не к «определениям» (как это выдвинуто в работе [5, с. 66].) Интуиция же здесь связана с лучом $[1, \infty)$ и с понятием неограниченного сближения некоторой кривой с асимптотой в бесконечности. Это, возможно, и было отправным моментом Кантора при формулировке континуум-гипотезы (2). В ней, при обобщении, основание (число 2) было заменено на произвольное (≥ 2) ординальное число:

$$2^{\aleph_0} = 3^{\aleph_0} = \ldots = \aleph_0^{\aleph_0} = \aleph_1^{\aleph^0} = \mathfrak{c}^{\aleph_0} = \mathfrak{c}, \tag{5}$$

где степени конечных чисел 2, 3, …, n и есть гипотетические актуально бесконечные числа – все мощности $\mathfrak{c}$.

Этой формулой и была сделана попытка воспользоваться при формулировке КП новых свойств.

Специальными исследованиями **(а именно, постановкой и решением соответствующей КП методологической проблемы)** автором было установлено, что в силу (5), наиболее подходящей является функция

$$f(x) = x^x \tag{6}$$

и обратная ей

$$f_{(x)}^{-1} = x^{x^{-1}}, \tag{7}$$

через которую можно попытаться выявить искомую зависимость конечного числа от актуального бесконечного.

Представляя вместо x ординал ω в формулу (6), находим

$$f_{(\omega)} = \omega^{\omega}. \tag{8}$$

Это и есть частное подобие выражений (5).

В область конечного нас сопровождает сразу же переход к функции (7):

$$f_{(\omega)}^{-1} = \omega^{\omega^{-1}}. \tag{9}$$

Известно, что

$$f_{(\omega)}^{-1} = \omega^{\omega^{-1}} \to \infty^{\infty^{-1}} = 1. \tag{10}$$

Итак, мы получили конкретное число в области конечного с помощью операции с актуально бесконечным «числом» ω.

Доказательство этого факта, представленного впервые в виде

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1, \tag{11}$$

по существу, не отличается от (10), так как

$$\lim_{x\to\infty} x^{x^{-1}} = \lim_{x\to\infty} f_{(x)}^{-1} = \infty^{\infty^{-1}} \to \omega^{\omega^{-1}}, \tag{12}$$

что восходит к известному неравенству Як. Бернулли с использованием формулы бинома Ньютона.

О том, как это актуально бесконечное ω, сопоставленное с потенциально бесконечным ∞, использовать для установления нового свойства некоторого конечного числа, выдвинем следующее предположение:

Гипотеза 1. Допустима редукция отношений, характеризуемых идеей Кантора о новых свойствах чисел области конечного, в некоторый промежуток (c, ω) последний, примыкающий слева к области релатума (a, c).

При подтверждении этой гипотезы воздействие референта из области (c, ω) на релатум из области (a, c) должно представиться следующим диадическим отношением:

$$(a, c) \leftarrow (c, \omega), \tag{13}$$

где a, c – некоторые граничные постоянные, образующие тот промежуток, «конечные вещественные числа» которого должны «обнаружить свои новые свойства в зависимости от чисел промежутка области конечного, «размытого» и представленного в виде промежутка (c, ω), где ω – ординал «начала» области актуально бесконечного.

В свете гипотезы 1 начальный элемент a и его «новое свойство» вытекают из следующей леммы.

Лемма. Элемент a релатума (a, c) и его «новое свойство обнаруживаются в зависимости от элемента ω референта (c, ω).

Доказательство этой леммы основано на теории пределов, т.е. по формуле (11), а более конкретно – (12). Как уже отмечалось, мы прибегнем в данном случае к мультипликативному воздействию на ординал ω, чтобы установить его предполагаемую связь с областью конечного. Возможной такой связью обладает извлечение степени, представленной «актуально бесконечным числом» ω, из этого же «числа», т.е. по формуле аналогичной (7):

$$\sqrt[\omega]{\omega}, \tag{14}$$

следовательно, если существует упомянутый выше, введенный мною «гипотетический размытый промежуток», то это уже обусловливает выражение

$$\sqrt[x]{x}, \tag{15}$$

разрешимое в области положительных конечных вещественных (действительных) чисел.

В свете этого не исключено, что и Г. Кантор в основу рассматриваемой здесь его идеи о новых свойствах чисел мог взять уже известный тогда неоспоримый факт, что

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = \omega_0^{\omega_0^{-1}} = 1, \tag{16}$$

допуская, быть может, что последующие за ω_0 «числа» ω_1, ω_2 могут дать возможность обнаружить последовательность конечных вещественных чисел после единицы.

В соответствии с этим первоначальным вариантом моей формулировки КП был следующий:

«Некоторые определенные конечные действительные числа могут иметь свойства, выявляемые в зависимости от актуально бесконечных чисел обобщенной континуум-гипотезы. Первым же таким числом предполагается число области конечного, зависимое от ординала ω_0, отвечающего кардиналу алеф-ноль».

При этом выявление зависимости от ω_n по освещенным ранее обстоятельствам возможно с помощью извлечения корней (14).

При методологической разработке намеченных исследований встал вопрос, чем отличается алеф-ноль от прочих алефов в данном случае. Выяснилось, что это безразлично для исходного момента, намеченного как $x \to \infty$, так как при «имеющихся» в распоряжении общепринятой абстракции потенциальной осуществимости и неразрешимости континуум-гипотезы символ ∞ можно отнести к любому актуально-бесконечному числу, выражаемому, как известно, от 2 в степени алеф-ноль до любого кардинала в степени кардинала алеф-ноль с одной и той же мощностью («$\mathfrak{c}$»), как это выражено в формуле (5).

В конечном итоге для принятой редукции в область конечного встала функция (6) с областью определения (c;∞):

$$f_{(x)} = x^x,$$

где x^x – сведенный в область конечного референт, т.е. намеченная редукция произвольной степени актуально бесконечного числа кардинала. Выявление же новых свойств осуществляется путем извлечения названного мной «автокорня», т.е. корня x из x (7):

$$f_{(x)}^{-1} = x^{x^{-1}} = n,$$

где $n \geq 1$ – положительные вещественные числа.

Релатум же устанавливается посредством тетрации:

$$x_{\text{рел}} = n^{n^{\cdot^{\cdot^{n}}}}, \tag{17}$$

что, по сути, является абдуктивным решением вопроса, в частности, с какого элемента начинается натуральный ряд, образующий варианту x с пределом в виде соответствующего числа (релатума) $x_{\text{рел}}$. В результате мы получаем искомое число $x_{\text{рел}}$ области конечного, обнаруженное свойство которого так же отвечает, как и у Г. Кантора, «новому». Таким образом, на промежутке (a, c) устанавливаются именно все те числа, которые по своим новым свойствам отвечают идее Г. Кантора.

Нахождение по формуле (17) релатума, начиная с 1, как иллюстрирует формула (16), сводящая автокорень именно к этому числу, мы тем самым сразу же получаем , что 1 является в N начальным элементом.

При этом оказывается, что

$$a = 1, c = e \text{, т.е.} \tag{18}$$

$$(a,c) \leftarrow (c,\omega) = [1,e] \leftarrow]e,\omega), \tag{19}$$

где e – основание натуральных логарифмов, которое, как и 1, является граничным, но в отличие от 1 его «новое свойство» зависит от этого же числа e, в то время как 1 – от ω (или ∞).

В связи с этим выяснилось, что дело фактически не в предполагавшейся выше «размытости» границы, так как референтом является конкретный промежуток (e, ω).

Промежуток же релатума, определившийся как сегмент (шлейф числа e)

$$[1,\ e], \tag{20}$$

выявляется, таким образом, в обратной зависимости от вещественных чисел промежутка (e,ω) с помощью тетрации, а именно:

$$1 \leftarrow \omega, (1+\varepsilon) \leftarrow (\omega - t), \ldots, 2 \leftarrow 4, \ldots, e \leftarrow e, \tag{21}$$

где ε – традиционно некоторая очень малая величина; t – некоторая (неопределенная) величина, способная воздействовать на ω.

Таким образом, фактически вся область актуально бесконечного является референтом лишь для 1 и ее окрестности $r = 1 + \varepsilon$. Отсюда следует, что референтом для установления числа 1 – первого вещественного числа области конечного в наших возможностях – является подающееся реальному осуществлению извлечение x из x (при условии предельного перехода: $x \to \omega$). Этот случай уже рассматривали. Теперь же мы установили, что 1 – это число-предок для некоторого ординала ω. С точностью до бесконечного малого в данном случае таким ординалом из известных ω_0 и ω_1 является ω_1, а ординалу ω_0 счетного множества отвечает некоторая точка величиной >1 (в окрестности 1 + ε), т.е. такая, что никакими приборами не может быть вычислена отличной от 1 (единицы). Поэтому можно считать, что пары (1; ω_1) и (1 + ε; ω_0) с точностью до бесконечно малой неразличимы.

Итак, имеет место соответствующий вывод: натурально упорядоченное множество положительных действительных чисел есть $R^{\geq 1}$ (а не $R^{\geq 0}$).

Автокорень $\propto_{\kappa}$ – любого потомка x (референта) устанавливается непосредственным извлечением $\sqrt[x]{x} = \propto_{\kappa}$. Число-предок устанавливается посредством тетрации $\propto_{\kappa}$, что подобно обнаружению посредством гомоморфизма из области бесконечного и прилегающей к последней – части области конечного $]e,\omega]$ в строго определенный сегмент [1, e] другой части области конечного, т.е. $[1,\ e] \leftarrow]e,\omega]$.

Доказательство этого утверждения вытекает из леммы 1 и непосредственных, легко устанавливаемых арифметических вычислений.

Примеры.

1. Согласно лемме 1, канторовское гипотетическое актуально бесконечное «число» ω_0 имеет следующий автокорень:

$$\omega_0^{\omega_0^{-1}} = 1.$$

Из рис. 1 наглядно вытекает, что этот автокорень равен автокорню

$$1^{1^{-1}} = 1.$$

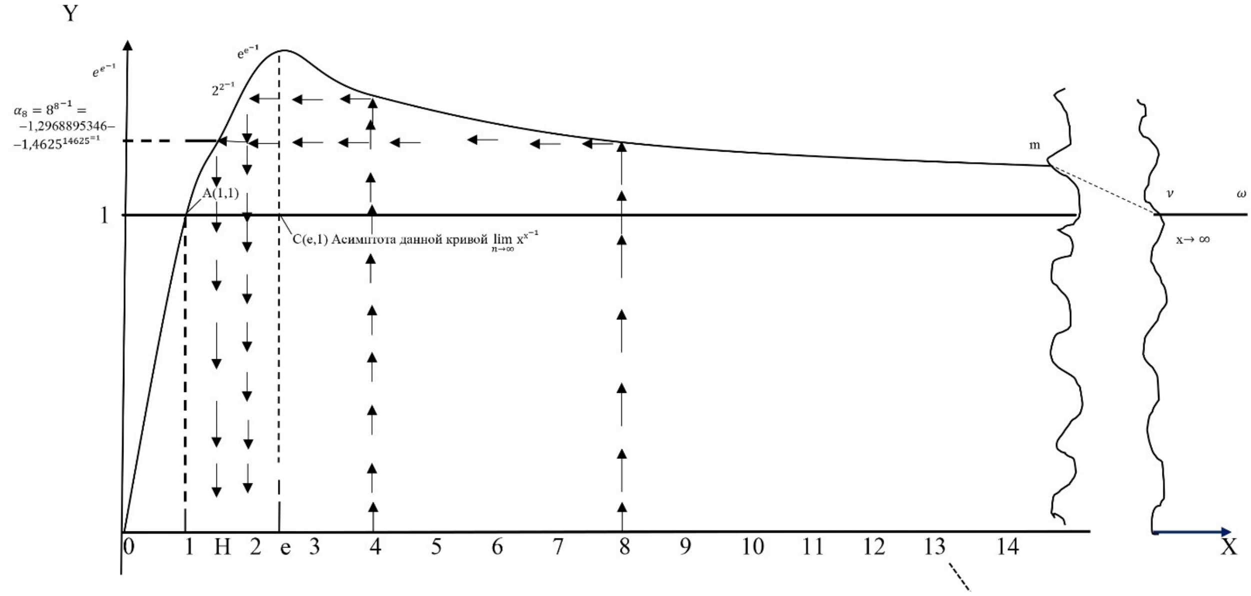

Рис. 1. График исследуемой функции y = $x^{x^{-1}}$: γ – точка сближения кривой с асимптотой в процессе $\lim x^{x^{-1}}$; ω – воображаемая Кантором актуально бесконечное число («искомое»)

Возможно, этот частный случай без неизвестной в то время тетрации ($1^{1^{\cdot^{\cdot^{1}}}} = 1, \neq \omega_0$) и послужил Г. Кантору сделать предположение, что более удаленные актуально бесконечные числа ω_κ, $\kappa = 1, 2, 3, \ldots, \alpha$, могут выявить «новые свойства» других «вещественных чисел области конечного» больших 1 [2, с. 5].

Однако, как уже было показано ранее, если и существуют «числа» ω_κ, то все они при своем возрастании лишь асимптотично приближаются к 1 (единице). В результате можно считать, что все автокорни «чисел» ω_κ равны 1 (единице). Отсюда вытекает, что Г. Кантором был отражен в работе [2, с. 5] лишь предельный случай, отвечающий $f(\omega_0) = 1$, на основе которого он, возможно, предполагал $f(\omega_k) > 1$.

Новые свойства чисел легко устанавливаются с помощью ЭВМ. Теперь можно для любого числа «потомка», т.е. на промежутке $(e;\infty)$, указать его «предка» в $[1;e]$.

2. Рассмотрим в данном примере наиболее простой случай: «число – потомок» 4. Его автокорень $\sqrt[4]{4} = 4^{4^{-1}} = 1{,}414213562\ldots = n$.

Пределом соответствующей варианты будет

$$\lim n^{n^{\cdot^{\cdot^{n}}}} = 2.$$

Поскольку этот предел является единственным для данной последовательности, то он и представляется искомым результатом в поисках «числа предка» исследуемого «числа – потомка» 4, так как автокорни этих чисел равны между собой $4^{4^{-1}} = 2^{2^{-1}} = 1{,}414213562\ldots$ Отсюда вытекает, что число 2 («предок») – это гомоморфный (абдуктивный) образ числа – «потомка» 4.

3. Аналогично имеем для «потомка» 8: $8^{8^{-1}} = 1{,}296839\ldots = k$

$k^{k^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{k}}}}} = 1{,}4625\ldots = p$, так как $p^{p^{-1}} = 1{,}296839\ldots = t$, то $k = t$. Следовательно, число 1,4625 («предок») – это гомоморфный образ числа 8.

Пример 3 иллюстрирует также рис. 1, где «число – предок» «потомка» 8 обозначено через H, т.е. H = 1,4625…, как показано выше.

4. Для числа $\pi = 3{,}141592654\ldots$ имеем

$$\pi^{\pi^{-1}} = 1{,}439619496\ldots = a.$$

Искомый предок – число x равен: $x = \lim a^{a^{a}} = 2{,}38217908724\ldots$, $x^{x^{-1}} = 1{,}439619496\ldots = a$.

5. Для «числа – потомка» 100:

$$100^{100^{-1}} = 1{,}047128548 = s.$$

Искомый «предок» «y» равен

$$y = \lim^{s^{s^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{s}}}}}} = 1{,}0495191898\ldots$$

Как видим из примера 5, с устремлением «потомков» вправо (т.е. к ∞), их «предки» устремляются к 1 (к единице), что и наблюдается в пределе, т.е.: $\infty^{\infty^{-1}} = 1$.

Ныне, согласно Геделю и Коэну, в силу независимости от аксиом теории множеств континуум-гипотезы ω – произвольное актуально бесконечное число (ω_0, ω_1 и т.п.). Основной вывод результатов исследований: сегмент [0; 1] – нейтрален относительно новых свойств чисел, что является следствием неверной аксиоматизации современной арифметики.

H – пример абдуктивного определения потомком 8 своего «предка». $H = \alpha_8^{\alpha_8^{\cdot^{\cdot^{\alpha^8}}}} = 1{,}45625014315$, т.е. H зависит от 8. Аналогично $4 \to 2$ (2 «предок» числа 4).

Основные следствия решения КП пары чисел («предок», «потомок») распространены по всей числовой прямой от 1 до ∞ и, таким образом, изначально представляют ее истинную упорядоченность с остовом в качестве целых положительных чисел, считавшимися изначально натуральным рядом N. Между тем, в креативном множестве $R^{\geq 0}$ присоединен отрезок [0;1] к этому остову, на котором упомянутые выше пары не определяются, так как числа из [0; 1] не удовлетворяют особенности θ функции $f(x) = x^{x^{-1}} = \theta(\theta \geq 1)$. Это указывает на то, что креативное множество $R^{\geq 0}$ построено неверно, будучи образованным на основе специальных допущений. Таким образом, расширенный ряд $N_0 = N \cup \{0\}$ фактически не существует, как и надуманный синглетон $\{0\}$, получивший повсеместное распространение в теориях.

В последующей работе будут представлены также и другие обоснования ошибочности построения множества действительных положительных чисел, вызванные логическими ошибками.

Заключение

Итак, мы убеждаемся на конкретных вычислениях, что открыты именно предполагавшиеся возможными Г. Кантором «новые свойства конечных вещественных чисел», обнаружение которых оказалось в зависимости от не предыдущих, как это осуществлялось до сих пор с помощью рекурсивных функций, а от последующих, начиная с «бесконечно удаленного» ($n \to \infty$), обнаруживающего конечное вещественное число 1 (единица), и затем, отступая последовательно влево от «бесконечно удаленного, получаем возможность взять для рассмотрения любое вещественное число из несчетного множества и легко установить соответствующее ему «конечное вещественное число в сегменте [1; e].

Таким образом, фактически оказалось, что вопреки предположению Г. Кантора [2, с. 5] свойства установленного множества «конечных вещественных чисел», или положительных действительных чисел, заключенных в сегменте [1; e], имеют свойство «быть обнаруженными в зависимости не только от «искомых чисел» области актуально бесконечного, но и от действительных (положительных) чисел бесконечного полуинтервала [e; ∞) по схеме

$$[1; e] \leftarrow (\infty; e], \tag{22}$$

начиная с $1 \leftarrow \infty$ и кончая $e \leftarrow e$.

Отсюда следует, что проблема «новых свойств вещественных чисел», высказанная Г. Кантором в 1883 г. [2, с. 5], решена положительно с расширением области референта от актуально бесконечных чисел до конечного числа *e*.

Это приводит к выводу, что взятое в качестве области определения функции $f(x) = x^x$ креативное множество $R^{\geq 0}$ положительных действительных чисел содержит нейтральный сегмент [0;1] относительно естественно образованного луча [1;∞). Как известно, $R^{\geq 0}$ было построено посредством САТ НЧ. Последняя же, в свою очередь, была построена, исходя из множества N натуральных чисел (1) с аксиомой Пеано $1 \in N$ и надуманным «расширением», затем до $N_0 = \{0, 1, 2, .., \grave{n}, \ldots\}$ путем $N \cup \{0\}$, образовав таким образом упомянутый сегмент [0;1], т.е. бесконечное несчетное множество как бы лишних чисел, с точки зрения отношения к рассматриваемым свойствам, так как на этом «сегменте» нет ни референта, ни релатума. Но такое, в принципе, невозможно, так как вещественное числа в [0;1] ничем не отличаются от чисел, лежащих на луче [1; ∞). Это представляется как результат искусственного создания путем надуманного объединения

$$N \cup \{0\}, \tag{23}$$

ведущего к асимметрии на числовой оси естественно расширенного остова (натурального ряда N) «вовнутрь» или вглубь пространства, т.е. от 1 до $\frac{1}{\infty}$. Именно такое упорядочение симметрично лучу [1; ∞), т.е. расширению N «вширь». $R^{\geq 1}$, или, что то же самое, $N^1(1)$ – справа от 1 и ${}^1N = [1; \frac{1}{\infty})$ – слева от 1, т.е. для восстановления нарушенной симметрии расширения N вширь и вглубь должно иметь место объединения:

$${}^1N \cup N^1 = \{\frac{1}{\infty}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\} \cup \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots, \infty\}; \tag{24}$$

левая часть этого объединения – это и есть «приклеенный» сегмент [0;1] к натуральному ряду в современной арифметике.

С помощью обратного основания q системы счисления чисел, т.е. вместо q берем $\frac{1}{q}$ (так, если в нашем счислении, $q = 10$, то $\frac{1}{q} = \frac{1}{10}$), мы получим представление левой части приведенного выше объединения в виде новых «целых положительных» чисел, подчиняющихся только мультипликативным действиям). Эти «целые положительные» числа, объединенные с натуральным рядом, было предложено называть «вицеверсными» [1]. В последних левая часть аналогична отрицательным числам в современной арифметике, но это объединение образует совершенно иную систему счисления, подобно, видимо, системе геометрии на неевклидовой основе (в последней – это замена 5-го постулата, а в нашем случае – замена основания счисления $q > 1$ на обратную, где $q < 1$.)

Таким образом, получается, что условия $\theta \geq 1$ обеспечены и в левой части объединения, что позволяет установить и на ней новые свойства чисел. Они оказались теми же, что и в правой части.

Вывод

Натуральный ряд N начинается только с 1, нуля в нем нет. Поэтому современная арифметика имеет неверную аксиоматизацию и подлежит пересмотру.

Список литературы

1. Сушков Л. Г. Новые свойства чисел и основание арифметики // Материалы XII Междунар. науч.-техн. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов (г. Пенза, 28–31 мая 2018 г.). Пенза : Изд-во ПГУ, 2018. С. 324–328.
2. Кантор Г. Учения о множествах. СПб. : Новые идеи в математике, 1914. Вып. 6. 184 с.
3. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. 4-е изд. М. : Наука, 1987. Т. I. 432 с.
4. Антипенко Л. Г. Проблема неполноты теории и ее гносеологическое значение. М. : Наука, 1986. 224 с.
5. Кантор Г. Труды по теории множеств. М. : Наука, 1985. 431 с.

6. Китаев В. Н., Афанасьев Р. Л., Петров М. В. Математическая модель инерционного включателя // Надежность и качество сложных систем. 2022. № 1. С. 30–40.
7. Старостин И. Е., Дружинин А. А. Аналитическое приближение решений уравнений метода математического прототипирования энергетических процессов путем качественного анализа этих уравнений // Надежность и качество сложных систем. 2023. № 2. С. 22–31.

References

1. Sushkov L.G. New properties of numbers and the basis of arithmetic. *Materialy XII Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. molodykh spetsialistov, aspirantov i studentov (g. Penza, 28–31 maya 2018 g.) = Materials of the XII International Scientific and Technical conf. of young specialists, postgraduates and students (Penza, May 28–31, 2018).* Penza: Izd-vo PGU, 2018:324–328. (In Russ.)
2. Kantor G. *Ucheniya o mnozhestvakh = Teachings on sets*. Saint Petersburg: Novye idei v matematike, 1914;(6):184. (In Russ.)
3. Kleyn F. *Elementarnaya matematika s tochki zreniya vysshey. 4-e izd. = Elementary mathematics from a higher point of view. 4th ed.* Moscow: Nauka, 1987;I:432. (In Russ.)
4. Antipenko L.G. *Problema nepolnoty teorii i ee gnoselogicheskoe znachenie = The problem of incompleteness of theory and its epistemological significance*. Moscow: Nauka, 1986:224. (In Russ.)
5. Kantor G. *Trudy po teorii mnozhestv = Works on set theory*. Moscow: Nauka, 1985:431. (In Russ.)
6. Kitaev V.N., Afanas'ev R.L., Petrov M.V. Mathematical model of an inertial switch. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems.* 2022;(1):30–40. (In Russ.)
7. Starostin I.E., Druzhinin A.A. Analytical approximation of solutions to equations of the method of mathematical prototyping of energy processes by qualitative analysis of these equations. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems.* 2023;(2):22–31. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Леонид Григорьевич Сушков
инженер-рационализатор
E-mail: leonidsushkov2016@gmail.com

Leonid G. Sushkov
Engineer-innovator

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию/Received 03.03.2024
Поступила после рецензирования/Revised 15.03.2024
Принята к публикации/Accepted 05.04.2024